

Козак Вус та чарівні черевики

Автор та розробник: Андрій Романов

Намалюємо дерево з направленими вниз ребрами та коренем у вершині 1, яке буде зображати всі можливі комбінації застосування заклять. З вершини x можна перейти вниз у вершини $2 \cdot x$ та $2 \cdot x + 1$, адже, маючи швидкість x метрів на секунду, за допомогою одного закляття швидкість може стати рівною $x + x = 2 \cdot x$ метри на секунду або $x + (x + 1) = 2 \cdot x + 1$ метри на секунду. Кожен раз, спускаючись вниз, від кореня ми переходимо або в лівий вузол, тобто застосовуємо перше закляття або в правий вузол — застосовуємо друге закляття. Кожна вершина зустрічатиметься рівно один раз, а отже порядок застосування заклять, щоб потрапити з вершини 1 у вершину x єдиний, причому необхідна кількість заклять рівна відстані від 1 до x . Помітимо, що на відстані 0 від кореня знаходиться вершина 1, на відстані 1: 2, 3, на відстані 2: 4, 5, 6, 7, на відстані 3: 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15 і так далі. Тобто на відстані n від кореня знаходяться числа від 2^n до $2^{n+1} - 1$, і щоб їх досягти ми відповідно застосуємо закляття n разів.

Отже, якщо $2^n \leq k \leq 2^{n+1} - 1$, то відповідь n . Інакше кажучи, $n = \lfloor \log k \rfloor$. Складність розв'язку $O(\log k)$.