

II (районний) етап Всеукраїнської учнівської олімпіади з інформатики  
Київ, 2019/20 н. р

## Умови завдань

### А. Шахи

Ліміт на час виконання 1 секунда

Ліміт використання пам'яті 256 мегабайтів

50 спроб відправити цю задачу

Дано шахове поле розміром  $n \times m$  клітин.  $n, m$  — парні числа. Знайдіть кількість білих клітин.

#### Вхідні дані

Перший рядок містить два цілі числа  $n$  та  $m$  ( $2 \leq n, m \leq 100$ ). Гарантується, що обидва числа парні.

#### Вихідні дані

Виведіть одне ціле число.

#### Приклади

Нижче ви знайдете приклади вхідних даних та відповідей, які має вивести ваша програма.

#### Вхідні дані №1

8 8

#### Відповідь №1

32

#### Вхідні дані №2

10 2

#### Відповідь №2

10

### В. Друзі

Ліміт на час виконання 1 секунда

Ліміт використання пам'яті 256 мегабайтів

50 спроб відправити цю задачу

На координатній прямій розташовано ваш будинок, а також будинки трьох ваших друзів. Ваш будинок розташовано на координаті 0. А координати друзів на  $x_1, x_2$  та  $x_3$  відповідно. Ви зараз перебуваєте у себе в будинку, ви хочете відвідати кожного друга, а потім повернутися до себе у будинок. Ви можете відвідувати друзів у будь-якому порядку. Знайдіть мінімальний шлях, який вам потрібно пройти, щоб це зробити.

#### Вхідні дані

Перший рядок містить три цілі числа  $x_1, x_2, x_3$  ( $-100 \leq x_1, x_2, x_3 \leq 100$ ). Зверніть увагу, що на одній й тій самій координаті може бути кілька будинків. Також, будинки друзів можуть бути на координаті 0.

#### Вихідні дані

Виведіть одне ціле число — відповідь на задачу.

#### Примітка

У першому прикладі ви можете спочатку відвідати другого друга, для цього вам потрібно переміститися з 0 на координату  $-3$ . Потім можете відвідати першого друга — переміститися з координати  $-3$  у 5. Потім до третього друга — на 7, а потім назад до координати 0.

$|0 - (-3)| + |(-3) - 5| + |5 - 7| + |7 - 0| = 3 + 8 + 2 + 7 = 20$ .

## Приклади

Нижче ви знайдете приклади вхідних даних та відповідей, які має вивести ваша програма.

### Вхідні дані №1

5 -3 7

### Відповідь №1

20

### Вхідні дані №2

-5 -9 -3

### Відповідь №2

18

### Вхідні дані №3

0 0 0

### Відповідь №3

0

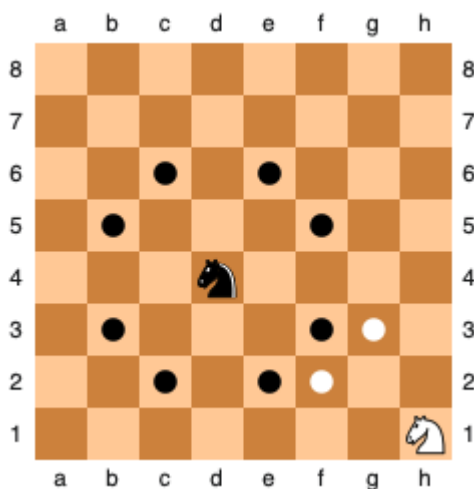
## С. Кінь

Ліміт на час виконання 1 секунда

Ліміт використання пам'яті 256 мегабайтів

50 спроб відправити цю задачу

Дано шахова дошка розміром  $8 \times 8$ . На цій дошці є лише одна фігура — кінь. Знайдіть кількість клітин, на яку кінь може переміститися за один хід. Нагадаємо, що кінь рухається "буквою Г". Формально, кінь може переміститися з клітини з координатами  $(x_1, y_1)$  у клітину  $(x_2, y_2)$ , якщо  $|x_1 - x_2| = 1$  та  $|y_1 - y_2| = 2$ , або ж  $|x_1 - x_2| = 2$  та  $|y_1 - y_2| = 1$ .



На малюнку чорний кінь може переміститися на 8 клітинок, а білий лише на 2.

### Вхідні дані

Перший рядок містить два символи. Перший символ — англійська буква від a до h у нижньому регістрі. Другий символ — цифра від 1 до 8.

### Вихідні дані

Виведіть одне ціле число.

## Приклади

Нижче ви знайдете приклади вхідних даних та відповідей, які має вивести ваша програма.

### Вхідні дані №1

d4

### Відповідь №1

**Вхідні дані №2**

h1

**Відповідь №2**

2

**D. Числа***Ліміт на час виконання 1 секунда**Ліміт використання пам'яті 256 мегабайтів**50 спроб відправити цю задачу*

Дано число  $n$ . Знайдіть найменше число, яке не менше за  $n$ , у якому кожна наступна цифра перевищує попередню.

**Вхідні дані**Перший рядок містить одне ціле число  $n$  ( $1 \leq n \leq 1000$ ).**Вихідні дані**

Виведіть одне ціле число.

**Приклади**

Нижче ви знайдете приклади вхідних даних та відповідей, які має вивести ваша програма.

**Вхідні дані №1**

374

**Відповідь №1**

378

**Вхідні дані №2**

999

**Відповідь №2**

1234

**Вхідні дані №3**

157

**Відповідь №3**

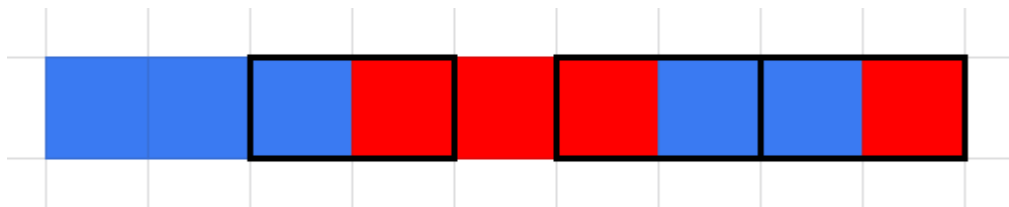
157

**E. Стрічка***Ліміт на час виконання 1 секунда**Ліміт використання пам'яті 256 мегабайтів**50 спроб відправити цю задачу*

Дана стрічка довжини  $n$  сантиметрів. Кожен сантиметр може бути або червоним, або синім. Вам потрібно вирізати з цієї стрічки менші стрічки довжини два сантиметри, де один сантиметр червоний, а інший синій. Знайдіть, яку максимальну кількість таких стрічок можна зробити зі стрічки, яка нам дана.

**Вхідні дані**Перший рядок містить рядок  $s$  ( $1 \leq |s| \leq 10^5$ ).Якщо  $i$ -ий символ В, то це означає, що  $i$ -ий сантиметр синій. Якщо ж  $i$ -ий символ R, то це означає, що  $i$ -ий сантиметр червоний.**Вихідні дані**

Виведіть одне ціле число.



### Приклади

Нижче ви знайдете приклади вхідних даних та відповідей, які має вивести ваша програма.

#### Вхідні дані №1

```
BBRRRRBRR
```

#### Відповідь №1

```
3
```

## Е. Пари

Ліміт на час виконання 1 секунда

Ліміт використання пам'яті 256 мегабайтів

50 спроб відправити цю задачу

Знайдіть кількість пар чисел  $(a, b)$  таких, що:

- $l \leq a \leq r$ ;
- $l \leq b \leq r$ ;
- перша цифра  $a$  така сама, як остання цифра  $b$ ;
- перша цифра  $b$  така сама, як остання цифра  $a$ .

Зверніть увагу, що  $a$  може бути рівним  $b$ . Пари  $(a, b)$  та  $(b, a)$  вважають різними, якщо  $a \neq b$ .

#### Вхідні дані

Перший рядок містить два цілі числа  $l$  та  $r$  ( $1 \leq l \leq r \leq 10^6$ ).

#### Вихідні дані

Виведіть одне ціле число.

Зверніть увагу, що відповідь може не вміщатися у 32-бітні цілочисельні типи даних. Тому потрібно використовувати 64-бітні цілочисельні типи даних, такі як `long long` в C++, `long` в Java чи `int64` в Pascal. У Python додаткових дій робити не потрібно.

#### Оцінювання

Рішення, які працюватимуть правильно для  $r \leq 10^3$ , отримають принаймні 50 балів.

### Приклади

Нижче ви знайдете приклади вхідних даних та відповідей, які має вивести ваша програма.

#### Вхідні дані №1

```
10 99
```

#### Відповідь №1

```
81
```

## Г. Додавання

Ліміт на час виконання 1 секунда

Ліміт використання пам'яті 256 мегабайтів

50 спроб відправити цю задачу

Дано  $n$  цілих чисел  $a_1, a_2, \dots, a_n$ . За одну операцію ви можете додати одне число до іншого. Тобто, виконати операцію  $a_i = a_i + a_j$ , де  $i \neq j$ . Виконайте не більше  $2n$  операцій, щоб зробити масив неспадним. Тобто,  $a_1 \leq a_2 \leq \dots \leq a_n$ . Зверніть увагу, що вам необов'язково мінімізувати кількість операцій. Головне, щоб кількість не перевищувала  $2n$ .

### Вхідні дані

Перший рядок містить одне ціле число  $n$  ( $1 \leq n \leq 10^3$ ).

Другий рядок містить  $n$  цілих чисел  $a_1, a_2, \dots, a_n$  ( $|a_i| \leq 10^9$ ).

### Вихідні дані

У першому рядку виведіть одне ціле число  $k$  ( $0 \leq k \leq 2n$ ) — кількість операцій.

У кожному з наступних  $k$  рядків виведіть по два цілі числа  $i$  та  $j$  ( $1 \leq i, j \leq n, i \neq j$ ), це означає, що виконається операція  $a_i = a_i + a_j$ .

Абсолютне значення будь-якого числа у будь-який момент не має перевищувати  $10^{18}$ .

### Оцінювання

Розв'язок, який буде працювати правильно для тестів, у яких  $n = 2$ , набиратиме принаймні 20 балів.

Розв'язок, який буде працювати правильно для тестів, у яких усі числа додатні, набиратиме принаймні 50 балів.

### Приклади

Нижче ви знайдете приклади вхідних даних та відповідей, які має вивести ваша програма.

#### Вхідні дані №1

```
4
-5 4 -3 9
```

#### Відповідь №1

```
1
3 4
```

## Н. Квадрати

Ліміт на час виконання 2 секунди

Ліміт використання пам'яті 256 мегабайтів

50 спроб відправити цю задачу

Дано поле  $m \times m$ .  $n$  клітинок з цього поля чорні, всі інші — білі. Для кожного цілого числа  $t$  від 0 до  $k^2$  знайдіть кількість квадратів  $k \times k$ , де рівно  $t$  клітин чорні.

### Вхідні дані

Перший рядок містить три цілі числа  $n, m, k$  ( $1 \leq n \leq 10^5, 1 \leq m \leq 10^9, 2 \leq k \leq 4$ ).

Кожен з наступних  $n$  рядків містить по два цілі числа  $x_i$  та  $y_i$  ( $1 \leq x_i, y_i \leq m$ ) — координати чорної точки. Гарантується, що усі пари різні.

### Вихідні дані

Для кожного цілого числа  $t$  від 0 до  $k^2$  виведіть відповідь.

	1	2	3	4	5
1					■
2				■	
3				■	
4		■			
5					

### Оцінювання

Рішення, які працюватимуть правильно при  $m \leq 10^3$ , отримають принаймні 30 балів.

Рішення, які працюватимуть правильно при  $k = 2$ , отримають принаймні 33 бали.

Рішення, які працюватимуть правильно при  $k \leq 3$ , отримають принаймні 66 балів.

### Приклади

Нижче ви знайдете приклади вхідних даних та відповідей, які має вивести ваша програма.

#### Вхідні дані №1

```
4 5 3
1 5
2 4
4 2
3 4
```

#### Відповідь №1

```
1 3 3 2 0 0 0 0 0 0
```

## Опис ідей розв'язання

**Задача А. Шахи.** Білих клітин рівно половина. Тому відповідь  $nm/2$ .

**Задача В. Друзі.** Розглянемо точку з найменшою координатою. Нехай це буде координата  $-k$ , тоді нам потрібно дійти до цієї точки, а потім повернутися у точку 0. Ми пройдемо  $2 \cdot |-k| = 2k$  умовних одиниць. Після цього нам потрібно знайти максимальну координату. Нехай це буде координата  $m$ , тоді нам потрібно дійти в координату  $m$  і повернутися. Ми пройдемо  $2 \cdot m = 2m$  умовних одиниць. Сумарно виходить  $2k + 2m$ . Якщо мінімальна знаходиться правіше за 0, тоді нам ходити наліво не потрібно. Аналогічно з максимальною координатою.

**Задача С. Кінь.** Є досить багато способів розв'язати цю задачу. Наприклад, такий. Пройтися двома циклами по всіх 64 позиціях. Різницю координат по  $x$  та по  $y$ . Якщо одна з них рівна одному, а іншому двом, то збільшуємо лічильник.

**Задача Д. Числа.** Основна проблема — перевіряти, чи ця вимога справджується для певного числа. Якщо є така функція, то ми можемо збільшувати число доти, доки ця умова не справджується. Перевірити умову можна кількома способами. Наприклад, перетворивши число у рядок, а потім перевірити, що код кожного наступного символу більший за попередній.

**Задача Е. Стрічка.** Можемо йти зліва направо. Якщо дві сусідні позиції  $i$  та  $(i + 1)$  мають різні кольори, то збільшуємо лічильник. При цьому, якщо  $(i + 1)$  та  $(i + 2)$  також мають різні кольори, то у цьому випадку нам збільшувати лічильник не потрібно, бо  $(i + 1)$  уже використано.

**Задача Ф. Пари.** Давайте для кожної пари цифр  $(i, j)$  будемо зберігати  $t[i][j]$  — кількість чисел у проміжку, у яких перша цифра  $i$ , а остання  $j$ . Ми можемо пройти по всім числам від  $l$  та  $r$ , знайти першу та останню цифру для кожного з них і збільшити відповідне число. Відповідь — сума  $t[i][j] \cdot t[j][i]$  по всім можливим  $(i, j)$ .

**Задача Г. Додавання.** Нехай у нас всі числа додатні. Тоді ми можемо за  $n - 1$  операцію розв'язати задачу: до другого числа додамо перше, до третього друге, і так далі. Таким чином  $i$ -те число — це сума перших  $i$  чисел. Оскільки всі числа додатні, то новий масив буде зростати. Нехай у нас всі числа від'ємні. Будемо робити це саме, але навпаки. До передостаннього числа додамо останнє, до третього числа з кінця, додамо друге число з кінця, і так далі. Якщо ж у нас є як і від'ємні числа, так і додатні, то знайдемо максимальне і мінімальне число. Нехай  $m_1$  — максимальне число, а  $m_2$  — мінімальне. Якщо  $m_1 \geq |m_2|$ , то ми можемо до всіх чисел, крім  $m_1$ , додати  $m_1$ . Це зробить всі числа додатними. Для цього нам потрібно рівно  $n - 1$ . А таку задачу ми вже вміємо розв'язувати за  $n - 1$ . Якщо ж  $m_1 < |m_2|$ , то до всіх чисел, крім  $m_2$ , додамо  $m_2$ . Всі числа вийдуть від'ємними. Таку задачу також вміємо розв'язувати.

**Задача Н. Квадрати.** Будемо динамічно додавати точки та оновлювати відповіді. Спочатку відповіді на всі  $t$  рівні нулю, крім  $t = 0$ , бо точок немає. При  $t = 0$  відповідь  $(n - k + 1)^2$ . Будемо також зберігати кількість чорних точок у кожному квадраті. Коли ми додаємо певну точку, нам потрібно знайти всі квадрати  $k \times k$ , у яких розташована ця точка. Таких квадратів буде не більше  $k^2$ . Нехай кількість чорних точок для певного квадрата буде  $d$ . Тоді відповідь при  $t = d$  зменшиться на 1, а для  $t = d + 1$  збільшиться на один. Сумарна асимптотика:  $O(nk^2 \log(nk^2))$